

### Temperatursimulationen und thermische Spannungen im Glas

N. Siedow, Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik, Kaiserslautern,

Vortrag im Fachausschuss IV der DGG am 12. März 2008 in Würzburg

Die Temperatur ist der wichtigste Parameter in allen Phasen der Glasherstellung und Glasverarbeitung: Die Temperatur beeinflusst die Homogenität der Glasschmelze, die Tropfentemperatur wirkt sich auf den anschließenden Pressvorgang aus und ein falscher Abkühlvorgang kann zu ungewollten thermischen Spannungen und damit zum Bruch des Glases führen.

Temperaturen kann man messen oder auch simulieren.

Im Folgenden wollen wir unterschiedliche Methoden zur Simulation der Temperatur im Glas beschreiben und diskutieren, wir wollen ein indirektes Temperaturmessverfahren vorstellen, das die Semitransparenz des Glases ausnutzt, und wir wollen verschiedene Anwendungen, bei denen die Temperaturkenntnis wichtig ist, zeigen.

#### 1. Temperatursimulationen im Glas

In semitransparenten Materialien, wie beispielsweise Glas, erfolgt der Wärmetransport neben Wärmeleitung und Konvektion im Wesentlichen durch Wärmestrahlung. Gerade bei hohen Temperaturen ist Strahlung der dominante und nicht zu vernachlässigende Prozess. Zur Simulation der Wärmestrahlung im Glas kann man kommerzielle Programmpakete benutzen, die verschiedene numerische Verfahren zur Behandlung des Strahlungstransports verwenden. Das gekoppelte Wärmeleitungs- Strahlungsproblem ist hochdimensional und nichtlinear, was die Simulation schwierig macht. Die zu lösende Strahlungstransportgleichung hängt von den Raumkoordinaten, den Ausbreitungsrichtungen der Strahlen, der Wellenlänge und der Zeit ab. In der Literatur sind verschiedene numerische Verfahren zur Lösung dieser Gleichung beschrieben.

Das historisch erste Verfahren, die Rosseland-Approximation, hat ihren Ursprung in der Astrophysik. Strahlung wird als Korrektur der Wärmeleitfähigkeit behandelt. Deshalb ist dieses Verfahren sehr einfach in kommerzielle Programmpakete implementierbar und die Rechenzeiten zur Lösung des Wärmeleitungs-Wärmestrahlungsproblems unterscheiden sich nur unwesentlich vom reinen Wärmeleitungsproblem. Zum anderen ist die Herleitung dieser Methode aber nur für optisch dicke Gläser gerechtfertigt. Spätestens an den Glasrändern wird man Genauigkeitsprobleme bekommen und muss sich über Alternativen Gedanken machen.

Ebenfalls leicht zu implementieren sind die so genannten  $P_N$ -Approximationen. Dabei wird die Strahlungsintensität in eine Reihe über richtungsabhängige Basisfunktionen zerlegt und nach  $N$  Gliedern abgebrochen. Anstelle der hochdimensionalen Strahlungstransportgleichung erhält man für jedes Wellenlängenband eine einfach zu lösende Diffusionsgleichung. Da man für praktisch relevante Simulationen u. U. viele Wellenlängenbänder berücksichtigen muss, ist dieses Verfahren wesentlich rechenzeitintensiver als die Rosseland-Approximation. Zu bemerken ist weiterhin, dass das oft verwendete  $P_1$ -Verfahren mathematisch streng genommen auch nur für stark streuende oder stark absorbierende Medien begründet ist.

Das in der Literatur am häufigsten zitierte Verfahren ist die Methode der Diskreten Ordinaten. Dabei handelt es sich um eine vollständige Diskretisierung der Strahlungstransportgleichung, um ein Verfahren, das asymptotisch die richtige Lösung liefert. Jedoch ist die Diskrete Ordinaten Methode gerade für praktisch relevante dreidimensionale Anwendungen sehr rechenintensiv.

Als Alternative dazu wurden am Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik Approximationsverfahren entwickelt, die im Gegensatz zur klassischen Rosseland-Approximation die Gebietsgeometrie berücksichtigen und deshalb genauer als die Rosseland-Approximation sind. Auf der anderen Seite sind die Rechenzeiten, die diese Verfahren benötigen, vergleichbar mit dem Rosseland-Verfahren. (Siehe [1], [2], [3])

Die Abbildung 1 zeigt die Temperaturverteilung in einem rechteckigen Kanal bei dem neben Wärmestrahlung natürliche Konvektion berücksichtigt wurde. Während die obere und untere Wand adiabatisch sind, liegt links eine Temperatur von 1300 K und rechts eine Temperatur von 1800 K an. Alle Wände sind diffus reflektierend. Zur Simulation wurde das kommerzielle Programmpaket FLUENT verwendet: a. mit dem in FLUENT implementierten Diskrete Ordinaten Verfahren und b. mit einer in FLUENT implementierten ITWM-Approximation zum Strahlungstransport. Während das Diskrete Ordinaten Verfahren mehr als 5000 Iterationen zur Lösung des Problems benötigt, konvergiert die ITWM-Approximation bereits nach 86 Iterationen ohne nennenswerten Genauigkeitsverlust.

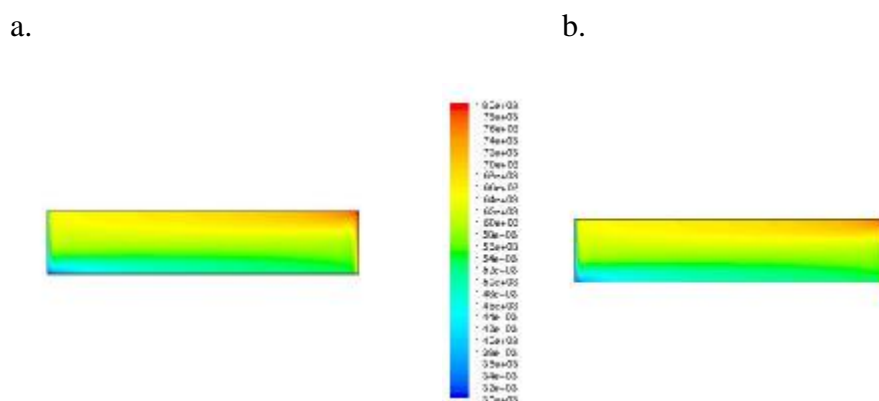


Abbildung 1: Temperaturverteilung in einem Kanal mit natürlicher Konvektion  
(a. FLUENT-DOM, b. ITWM-Approximation)

## 2. Ein indirektes Temperaturmessverfahren

Aus Sicht des Praktikers ist neben der Simulation die direkte Messung das bevorzugte Mittel zur Temperaturbestimmung. Da der Einsatz von Thermoelementen in vielen Anwendungsfällen nicht möglich ist, müssen indirekte Messverfahren verwendet werden. So kann man mit Hilfe von Pyrometern im hohen Wellenlängenbereich die Oberflächentemperatur des Glases bestimmen. Da Glas aber semitransparent ist, beinhalten auch die Strahlungsintensitäten der anderen Wellenlängenbereiche Temperaturinformationen.

Mit Hilfe eines Spektrometers bzw. Mehrfarbenpyrometers können die Strahlungsintensitäten für spezielle Wellenlängen gemessen werden. Um aus diesen Informationen auf die Temperaturen innerhalb des heißen Glaskörpers zu schließen, muss man ein so genanntes inverses Problem lösen: Aus einer beobachteten Wirkung (der Strahlungsintensität) soll auf die Ursache (das Temperaturprofil im Glaskörper) geschlossen werden.

Eine einfache Lösung dieses Problems ist auch hier in der Astrophysik zu finden – die Edington-Barbier-Approximation, die behauptet, dass die für eine Wellenlänge  $\lambda$  gemessene Strahlungsintensität der Planckfunktion dieser Wellenlänge dann gleichzusetzen ist. Die durch Auflösung der Planckfunktion ermittelte Temperatur entspricht der Temperatur des Glases in der Entfernung  $1/\kappa(\lambda)$  von der Oberfläche, wobei  $\kappa$  der Absorptionskoeffizient für die Wellenlänge  $\lambda$  ist. Diese Behauptung ist aber nur in unmittelbarer Nähe der Glasoberfläche rich-

Fig. Für „tiefere“ Regionen müssen spezielle mathematische Methoden verwendet werden. Eine ausführliche Beschreibung findet man in [4], [5] oder [6]. Mit dem dort beschriebenen Vorgehen ist man in der Lage, Temperaturen innerhalb des Glases – von der Oberfläche bis zum heißesten Punkt im Inneren – zu identifizieren. Das Verfahren wurde nun vom Fraunhofer ITWM so verändert, dass eine sehr schnelle Auswertung der Messdaten möglich wird. Die Abbildung 2 zeigt die Rekonstruktion eines symmetrischen Temperaturprofils. Mit der vorgegebenen Temperaturverteilung wurden die Strahlungsintensitäten berechnet und diese zufällig mit 1% verrauscht. Diese künstlich erzeugten Messdaten wurden dann in dem vom ITWM entwickelten Algorithmus verwendet, um die Temperatur im Inneren des Glases zu rekonstruieren. Man erkennt, dass der Rekonstruktionsfehler im Rahmen des Messfehlers liegt.

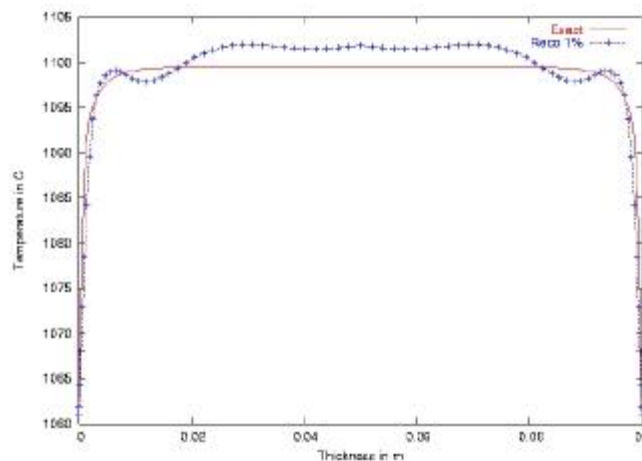


Abbildung 2: Rekonstruktion eines symmetrischen Temperaturprofils aus 1% zufällig verrauschten Messdaten.

### 3. Anwendungen

Wie eingangs bereits betont, ist die Kenntnis des zeit- und orts aufgelösten Temperaturverlaufs in den verschiedenen Phasen der Glasherstellung und Glasverarbeitung wichtig. Eine Anwendung ist die Bestimmung der thermischen Spannungen im Glas. Im Gegensatz zu vielen anderen Materialien existiert kein fester Punkt, bei dem Glas von einem Zustand (z.B. flüssig) in den anderen (z.B. fest) wechselt. Es handelt sich hierbei um einen ganzen Temperaturbereich. Die entscheidende Größe ist die Viskosität, die in Abhängigkeit von der Temperatur zur Dichteänderung (Strukturrelaxation) und Spannungen im Glas führt. Das Wechselspiel zwischen Temperaturänderung, Strukturrelaxation und Spannungen im Glas wird durch die Modelle von Narayanaswamy [7] und Tool [8] beschrieben.

Diese Modelle wurden am Fraunhofer ITWM in der Vergangenheit benutzt, um eine Reihe von (inversen) Fragestellungen zu beantworten, wie beispielsweise: Wie muss man einen Abkühlprozess steuern, um möglichst geringe Spannungen im Glas einzufrieren? oder Wie muss man einen Abkühlprozess unter der Nebenbedingung, dass die eingefrorenen Spannungen einen gewissen Schwellwert nicht überschreiten, steuern, um eine möglichst geringe Kühlzeit zu erzielen? (Siehe auch [9])

In der Abbildung 3 wurde ausgehend von einer gegebenen Kühlkurve die Kühlzeit so minimiert, dass die thermischen Spannungen einen Schwellenwert von 3.5 MPa nicht überschreiten. Die optimierte Kühlkurve kann in drei Zeitabschnitte unterteilt werden. Im ersten Zeitab-

schnitt erfolgt eine sehr rasche Abkühlung, während im zweiten Abschnitt die Kühltemperatur nahezu konstant gehalten wird. Im anschließenden dritten Abschnitt erfolgt eine lineare Abkühlung. Die eingefrorenen thermischen Spannungen liegen nur knapp über 3MPa. In diesem Beispiel konnte die Abkühlzeit um ca. 24% reduziert werden.

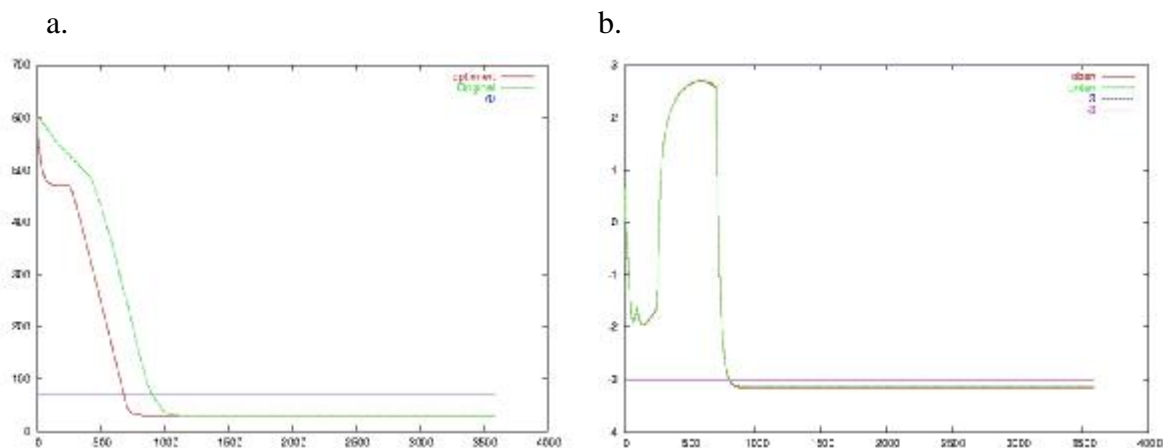


Abbildung 3:

- a. Ausgangskühlkurve (original – grün) und optimierte Kühlkurve (optimiert – rot)  
 b. thermische Spannungen an der Ober- und Unterseite der Glasscheibe

#### 4. Fazit

Die Temperatur ist ein wichtiger Parameter zur Herstellung „guter“ Gläser. Bei der Temperatursimulation im Glas muss die Wärmestrahlung berücksichtigt werden. Die vom Fraunhofer Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik entwickelten Approximationsalgorithmen zur numerischen Lösung der Strahlungstransportgleichung bilden einen guten Kompromiss zwischen der schnellen aber ungenauen Rosseland-Approximation und dem sehr rechenzeitintensiven aber genauen Diskrete Ordinaten Verfahren. Während die Semitransparenz des Glases für direkte Temperatursimulationen problematisch ist, kann sie genutzt werden, um indirekte Messverfahren zur Temperaturbestimmung im Inneren des Glases anzuwenden.

Mit der Kenntnis des zeit- und orts aufgelösten Temperaturprofils können thermische Spannungen im Glas berechnet werden. Vom Fraunhofer ITWM wurden in diesem Zusammenhang verschiedene Optimierungsfragestellungen gelöst.

#### 5. Literatur

1. F.-T. Lentz, N. Siedow. Three-dimensional radiative heat transfer in glass cooling processes. *Glastech. Ber. Glass Sci. Technol.* 72 (1999) No.6, 188-196
2. N. Siedow. Radiative heat transfer and its application in glass production processes. *International Journal of Forming Processes*. Vol. 2, No. 1-2/ 1999, 25-39
3. N. Siedow, D. Lochegnies, T. Grosan, E. Romero. Application of a New Method for Radiative Heat Transfer to Flat Glass Tempering. *J. Am. Ceram. Soc.*, 88 [8] (2005) 2181-2187

4. M. Brinkmann, T. Korb, N. Siedow. Fotheringham, U. Fundamentals of pyrometric temperature measurements in hot glass. *Glass Science and Technology Glastechn. Ber.* 73: 225-231, Suppl. C2, 2000
5. M. Brinkmann, N. Siedow, T. Korb. Remote Spectral Temperature Profile Sensing. In: D. Krause, H. Loch. *Mathematical Simulation in Glass Technology*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2002, 262-286
6. N. Siedow. Inverse temperature reconstruction of hot glass. In: Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Colloquium "Modelling of Glass Forming and Tempering", Valenciennes 23 – 25 January 2002, 173-177
7. O. S. Narayanaswamy. A Model of Structural Relaxation in Glass. *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 54 (1971), 491 -498
8. A. G. Tool. Relation between inelastic deformation and thermal expansion of glass in its annealing range. *J. Am. Ceram. Soc.*, Vol. 29 no. 9 (1946), 240 -253
9. M. Sellier, C. Hann, N. Siedow. Identification of Relaxation Functions in Glass by Mean of a Simple Experiment. *J. Am. Ceram. Soc.* 90 [9] (2007), 2980 -2983